Istvan Szabó

Einführung in die Technische Mechanik

Nach Vorlesungen

8., neu bearbeitete Auflage 1975
Nachdruck 2003 in veränderter Ausstattung

Mit 588 Abbildungen

Springer

Inhaltsverzeichnis.

Einführende Betrachtungen.

§ 1. Allgemeines 1
1. Die Aufgabe der Mechanik 1
2. Der Aufbau der Mechanik 2
3. Einteilung der Mechanik 3
4. Geschichtliche Bemerkungen 3

§ 2. Die Elemente der Vektorrechnung 8
1. Erklärungen 8
2. Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar 9
3. Addition und Subtraktion von Vektoren 10
4. Komponentendarstellung eines Vektors 10
5. Inneres oder skalares Produkt zweier Vektoren 13
6. Projektion eines Vektors in Richtung eines anderen 14
7. Äußeres oder Vektorprodukt zweier Vektoren 15
8. Skalares Produkt dreier Vektoren (Spatprodukt) 17
9. Das dreifache Vektorprodukt 18
10. Zerlegung eines Vektors nach drei Richtungen 19
11. Die Gleichung der Geraden im Raume 19
12. Differentiation eines Vektors 20
Übungen zu § 2 22

I. Die Statik des starren Körpers.

§ 3. Über die Kraft 26
1. Der statische Kraftbegriff 26
2. Räumlich und flächenhaft verteilte Kräfte 27
3. Über den Begriff der Einzelkraft. Linienflüchtigkeit der Kraft am starren Körper 30
4. Einteilung der Kräfte 31
5. Gleichwertigkeit von Kräftesystemen am starren Körper 32

§ 4. Kräfte mit gemeinsamem Angriffspunkt 32
1. Zusammensetzung von Kräften 32
2. Gleichgewichtsbedingung 34
3. Kräftezerlegung 34
4. Zeichnerische (graphische) Zusammensetzung und Zerlegung von Kräften in der Ebene 36
a) Die graphische Bestimmung der Resultierenden 36
b) Die graphische Zerlegung einer Kraft 36
5. Fäden (Seile) und Stäbe 36

§ 5. Ebene Kräftegruppen am starren Körper mit nicht gemeinsamem Angriffspunkt 39
1. Zusammensetzung von zwei Kräften 39
a) Nicht parallele Kräfte 39
b) Parallele Kräfte mit gleicher Wirkungslinie 39
c) Parallele und gleichgerichtete Kräfte mit verschiedener Angriffslinie 39
d) Zwei entgegengesetzt gerichtete Kräfte mit verschiedener Angriffslinie. Das Kräftepaar 40
2. Zusammensetzung von mehreren Kräften. Das Seileck (Seilpolygon) 41
3. Gleichgewichtsbedingung 42

§ 6. Über Kräftepaar und Moment 43
1. Das Kräftepaar 43
2. Zusammensetzung von Einzelkraft und Kräftepaar mit auf dem Kraftvektor senkrechtem Momentenvektor. Das Versetzungsmoment . . . 45
3. Das Moment einer Kraft in bezug auf einen Punkt und in bezug auf eine Achse 47
4. Das Moment einer ebenen Kräftegruppe 47
a) Moment einer Einzelkraft 47
b) Mehrere parallele Kräfte 48
c) Kräfte beliebiger Richtung 49

§ 7. Kräftezusammensetzung im Raume 49
1. Reduktion einer Kräftegruppe in bezug auf einen Punkt 49
2. Kraftschraube (Dyname) und Zentralachse 50
3. Gleichgewichtsbedingungen 53

§ 8. Ebene Statik des starren Körpers 53
1. Auflagerkräfte. Beispiele 53
a) Das Gelenk 54
b) Führung oder Gleitlager 54
c) Einspannung 54
2. Bestimmung der Auflagerkräfte aus dem Seilpolygon 55
Übungen zu § 3 bis § 8 57

§ 9. Über den Schwerpunkt 63
1. Der Schwerpunkt 63
2. Sätze über den Schwerpunkt 64
3. Der Massenmittelpunkt 65
4. Beispiele 65
a) Das Dreieck 65
b) Der Schwerpunkt des Vierecks 66
c) Das Trapez 66
d) Der Kreiskegel 67
5. Die Regeln von Guldin 67
a) Die erste Guldinsche Regel 68
b) Die zweite Guldinsche Regel 68

§ 10. Die Schnittlasten des Balkens 69
1. Grundsätzliche Bemerkungen 69
2. Querkraft, Längskraft und Biegemoment 69
a) Die Querkraft 71
b) Die Längs- oder Normalkraft 71
c) Das Biegemoment 71
3. Ermittlung der Schnittlasten 72
4. Beispiele 74
a) Der an den Enden gestützte durch vertikale Einzelkräfte belastete Balken 74
b) Balken an den Enden frei gestützt und gleichmäßig belastet . 75
c) Balken mit überstehendem Ende durch Vertikalkräfte belastet 75
5. Stützlinie 75
Übungen zu § 9 und § 10 76

II. Einige elementare Probleme der Elastizitätstheorie.

§ 11. Allgemeine Bemerkungen und Gesetze zur Elastizitätstheorie und Festigkeitslehre 83
1. Einleitung 83
2. Das Hookesche Gesetz 85
a) Dehnung 86
b) Gleitung 89

3. Der Zusammenhang zwischen Elastizitätsmodul, Querkontraktionszahl und Schubmodul 90
a) Der einachsige Spannungszustand und MOHRsche Spannungskreis 90
b) Der zweiachsige Spannungszustand 91
c) Der Zusammenhang zwischen den elastischen Konstanten . . . 92
4. Geschichtliche Bemerkungen 93

§ 12. Die elementare Theorie der Balkenbiegung 95
1. Voraussetzungen und ihre Folgerungen 95
2. Verteilung der Spannungen und die Differentialgleichung der elastischen Linie 98

§ 13. Flächenmomente zweiten Grades 102
1. Definitionen 102
a) Das axiale Moment 102
b) Das polare Moment 103
c) Das Zentrifugalmoment 103
d) Der Trägheitsradius 103
2. Allgemeine Sätze 103
a) Der Satz von STEINER für parallele Achsen 104
b) Drehung des Koordinatensystems 105
3. Hauptträgheitsachsen und Hauptträgheitsmomente 106
4. Die Trägheitsellipse 107
5. Der Trägheitskreis 108

§ 14. Die elastische Linie des Balkens 109
1. Die vereinfachte Form der Differentialgleichung der elastischen Linie und ihre Integration 109
2. Beispiele für den Balken konstanten Querschnittes 112
a) Einseitig eingespannter Balken mit Einzellast 112
b) Einseitig eingespannter Balken mit gleichmäßiger Last 113
c) An den Enden frei gestützter Balken mit Einzellast 114
d) An den Enden frei gestützter Balken mit gleichmäßiger Belastung 115
3. Die MOHRschen Sätze und das MOHRsche Verfahren 116
a) Träger auf mehreren Stützen mit Gelenken über den Auflagern 118
b) Träger auf mehreren Stützen mit Gelenken in den Feldern (Gerberträger) 119
c) Kragträger 119
4. Bezüglich der Reaktionskräfte statisch unbestimmte Aufgaben . . 125
a) Der kontinuierlich und gleichmäßig belastete Balken auf drei gleich entfernten Stützen (Durchlaufträger) 125
b) Der an den Enden eingespannte und gleichmäßig belastete Balken 126
5. Eine Korrektur für brettförmige Balken (Platten) 127
6. Einflußzahl und Einflußlinie 129

§ 15. Ergänzungen zur Theorie des Balkens. Dünnwandige Behälter und Rohre 129
1. Das Prinzip von DE SAINT-VENANT 129
2. Die schiefe Biegung des Balkens 131
3. Die Abschätzung der von der Querkraft herrührenden Schubspannungen und ihres Einflusses auf die Durchbiegung eines Balkens konstanten Querschnittes 133
a) Der Satz von den zugeordneten Schubspannungen 133
b) Eine erste Abschätzung der Schubspannungen 135
c) Näherungsweise Bestimmung der Schubspannungsverteilung über den Querschnitt 136
d) Abschätzung des Einflusses der Schubspannungen auf die Durchbiegung 137
4. Der auf Zug oder Druck und Biegung beanspruchte Balken . . . 139
5. Knickung 143
6. Der Balken auf nachgiebiger Unterlage 146

7. Torsion eines kreiszylindrischen Stabes 149
8. Torsion dünnwandiger Hohlquerschnitte. Die BREDTschen Formeln 152
9. Torsion schmaler rechteckiger Stäbe 153
10. Der Schubmittelpunkt 156
11. Membrantheorie dünnwandiger Behälter und Biegetheorie des kreiszylindrischen Rohres 159
a) Membranspannungszustand 159
b) Auftreten von Biegebeanspruchungen 160
c) Kesselformel 161
d) Biegung eines kreiszylindrischen Rohres 161
Übungen zu § 11 bis § 15 163

III. Statik der Systeme starrer Körper.

§ 16. Systeme aus einer endlichen Anzahl starrer Körper 196
1. Das Gleichgewichtsprinzip 196
2. Der Dreigelenkträger 197
3. Die Brückenwaage 198

§ 17. Ebene Fachwerke 199
1. Grundsätzliche Bemerkungen 199
2. Bestimmung der Stabkräfte in einem ebenen Fachwerk 201
a) Der CREMONAsche Kräfteplan 202
b) Die RITTERsche Schnittmethode 203

§ 18. Statik der Seile und Ketten. Stützlinie 204
1. Einleitende Bemerkungen 204
2. Die Grundgleichungen der Statik der Seile und Ketten 204
3. Das homogene, durch das Eigengewicht belastete Seil gleichen Querschnittes 206
4. Das durch beliebige Streckenlasten in Vertikalrichtung belastete Seil 208
5. Stützlinie 209
Übungen zu § 16 bis § 18 211

IV. Einführung in die Kinematik und Kinetik.

§ 19. Kinematische Betrachtungen 222
1. Einleitende Bemerkungen über Bewegung, Raum und Zeit . . . 222
2. Die Darstellung der Bewegung eines Punktes 225
a) Vorgabe der Projektionen des Punktes auf die Koordinatenachsen 225
b) Vorgabe der Bahnkurve und Weg-Zeit-Funktion 225
3. Die Geschwindigkeit 225
a) Die geradlinige Bewegung 225
b) Die allgemeine (krummlinige) Bewegung 226
4. Die Beschleunigung 227
5. Geschwindigkeit und Beschleunigung in ebenen Polarkoordinaten . 229
6. Umfangsgeschwindigkeit und Vektor der Winkelgeschwindigkeit. . 232
7. Die Bewegung eines starren Körpers 233
8. Ebene Bewegung von starren Scheiben. Der Satz vom Momentanzentrum 234
9. Relativbewegung 236

§ 20. Das NEWTONsche Grundgesetz und seine Folgerungen 238
1. Über die Kraft 238
2. Das dynamische Grundgesetz 239
a) Einleitende Bemerkungen 239
b) Mathematische Formulierung und physikalische Folgerungen des Grundgesetzes 241
3. Der Schwerpunktsatz 243

4. Der Drall- oder Momentensatz 244
5. Ein Beispiel 247
6. Das Massenträgheitsmoment 252
a) Dünner Stab 253
b) Kreiszylinder 254
c) Kugel 254
7. Die ebene Bewegung eines starren Körpers 254
a) Reine Translation 255
b) Drehung um eine feste Achse 256
c) Die kinetische Energie 256
α) Rotation um eine feste Achse 256
β) Allgemeine ebene Bewegung 258
8. Maßsysteme 258

§ 21. Kinetik des Schwerpunktes 259

1. Erläuterungen 259
2. Der Flächensatz 260
3. Der Impulssatz 261
4. Der Arbeitssatz 263
5. Grundsätzliches und Geschichtliches zum Erhaltungssatz der Energie 266
6. Die KEPLERschen Gesetze und die allgemeine Massenanziehungstheorie von NEWTON 267
7. Freie und geführte Bewegungen 271
a) Bewegung auf der Erde in Richtung eines Meridians 273
b) Bewegung eines Rades in der Kurve. Kreiselwirkung 273

§ 22. Über Bewegungswiderstände (Reibung) 276

1. Grundsätzliche Bemerkungen 276
2. Bewegungswiderstand fester Körper im flüssigen und gasförmigen Medium 277
3. Reibungswiderstände zwischen festen Körpern 280
4. Haftreibung oder Reibung der Ruhe 280
5. Gleitreibung 282
6. Beispiele zur Haftreibung 284
a) Die schiefe Ebene 284
b) Der Keil 285
c) Die Schraube 285
α) Flachgängige Schraube 285
β) Scharfgängige Schraube 286
7. Seilreibung 287
8. Seilsteifigkeit und Lagerreibung 289
9. Rollen von Rädern auf einer Ebene 290
a) Rotationssymmetrischer Körper auf der schiefen Ebene 290
α) Reines Rollen 291
β) Kein reines Rollen 292
b) Bewegung eines Fahrzeuges 292
α) Treibräder 292
β) Laufräder 293
γ) Wagenkasten 293
c) Rollwiderstand 293
10. Das ballistische Problem 294
Übungen zu § 19 bis § 22 296

§ 23. Die einfachsten Schwingungsprobleme der Mechanik . . . 334

1. Die harmonische Schwingung 334
2. Longitudinalschwingungen 337
a) Schraubenfeder mit Einzelmasse 337
b) Stab konstanten Querschnittes mit Einzelmasse 339
c) Näherungsweise Berücksichtigung der Federmasse 339

3. Transversal schwingende Stäbe mit Einzelmasse 341
a) Einseitig eingespannter Stab 341
b) An beiden Enden gelenkig gestützter Stab 341
c) An beiden Enden eingespannter Stab 341
d) An dem einen Ende eingespannter, am anderen frei gelagerter Stab 342
e) Näherungsweise Berücksichtigung der Stabmasse 342
4. Torsionsschwingungen eines Stabes 344
5. Zusammengesetzte Federn 345
a) Hintereinanderschaltung 345
b) Parallelschaltung 345
6. Dämpfung durch Bewegungswiderstände 346
a) Dämpfung in Gasen und Flüssigkeiten 346
b) Trockenreibung oder Dämpfungskraft konstanten Betrages . . 346
7. Die freie Bewegung bei geschwindigkeitsproportionaler Dämpfung . 348
a) Starke Dämpfung 349
b) Aperiodischer Grenzfall 350
c) Schwache Dämpfung 350
8. Erzwungene Schwingungen. Bewegung aus der Ruhelage heraus . 352
9. Periodische Erregung. Resonanz 355
10. Ungedämpfte Schwingungen mit mehreren Freiheitsgraden . . . 360
11. Nichtlineare Schwingungen 363
a) Freie Schwingungen 364
b) Erzwungene Schwingungen 365

§ 24. Über den Stoß 366

1. Allgemeine und historische Bemerkungen 366
2. Ansätze und Definitionen 367
3. Der gerade zentrale Stoß 369
4. Der schiefe zentrale Stoß 372
5. Der exzentrische Stoß gegen einen drehbar gelagerten Körper. Der Stoßmittelpunkt 372
6. Beispiele zum Stoß 374
a) Plötzliche Fixierung 374
b) Stoßvorgänge an Trägern mit angenäherter Berücksichtigung der Trägermasse 375
Übungen zu § 23 und § 24 378

§ 25. Einblick in die Hydromechanik 398

1. Allgemeine Eigenschaften der Flüssigkeiten 398
2. Das Grundgesetz für ideale Flüssigkeiten 398
3. Bernoullische Gleichung 403
4. Folgerungen und Anwendungen der Bernoullischen Gleichung . 406
a) Hydrostatik 406
b) Archimedisches Prinzip 407
c) Ausfluß aus Gefäßen 408
d) Staudruck 409
5. Der Impulssatz für die stationäre Bewegung längs eines Stromfadens 409
a) Druck auf eine von einem freien Strahl angeströmte Wand . . 410
b) Strahlreaktion bei Ausfluß aus Gefäßen 410
c) Flüssigkeitsdruck auf Rohrwände 411
d) Energieverlust bei plötzlichen Rohrerweiterungen. Carnotsche Gleichung 411
6. Ideale und wirkliche Flüssigkeit 412
a) Allgemeine Bemerkungen zur Eulerschen Theorie 412
b) Laminare und turbulente Strömung 413
c) Der Newtonsche Ansatz 414
7. Die Strömung von zähen Flüssigkeiten in kreiszylindrischen Rohren 419
a) Laminare stationäre Strömung 419
b) Turbulente Bewegung 421

8. Die Verlusthöhe der BERNOULLIschen Gleichung 423
a) Örtliche Energieverluste 423
b) Kontinuierliche Energieverluste 423
Übungen zu § 25 425

§ 26. Grundgesetze der Ähnlichkeitsmechanik 445
1. Einführende Bemerkungen 445
2. Mechanische Ähnlichkeit. Das NEWTONsche Ähnlichkeitsgesetz . . 446
a) Die geometrische Ähnlichkeit 446
b) Die zeitliche Ähnlichkeit 446
c) Die Ähnlichkeit der Kräfte 446
3. Übertragungsgesetze für spezielle Kräfteklassen 448
4. Die Ähnlichkeitsgesetze 450
a) Beschleunigte Bewegungsvorgänge unter dem überwiegenden Einfluß von Schwerekräften. Das FROUDEsche Modellgesetz . . . 451
b) Beschleunigte Bewegungsvorgänge unter dem überwiegenden Einfluß von Reibungskräften. Das REYNOLDSsche Modellgesetz . . 451
c) Beschleunigte Bewegungsvorgänge unter dem überwiegenden Einfluß von elastischen Kräften. Das CAUCHYsche Modellgesetz . . 452
d) Die statische Ähnlichkeit 453
Übungen zu § 26 454

V. Arbeitsprinzipien der Mechanik.

§ 27. Das Prinzip der virtuellen Arbeiten 457
1. Historische Bemerkungen 457
2. Das Prinzip der virtuellen Arbeiten 458
a) Der Hebel 458
b) Die doppelschiefe Ebene 458
c) In der Mitte gestützte Kreisplatte, am Rande durch drei Vertikalkräfte belastet 459
d) TORRICELLIS Formulierung des Prinzips, wenn nur Schwerekräfte wirken 459
3. Anwendungen des Prinzips der virtuellen Arbeiten 459
a) Das Prinzip der virtuellen Arbeiten für starre Körper bzw. Systeme 459
b) Das Prinzip der virtuellen Arbeiten für deformierbare Körper . 459
c) Satz von CASTIGLIANO 461
d) Näherungsweise Bestimmung der Knicklast aus einer Energiebetrachtung (RITZsches Verfahren) 465
e) Näherungsweise Berechnung der ersten Eigenkreisfrequenz einer massebehafteten Feder 467

§ 28. Das Prinzip von D'ALEMBERT 469
1. Formulierung des Prinzips 469
2. Beispiele 469
a) Rotation um eine feste Achse 469
b) Beschleunigungen und Seilkräfte 470
Übungen zu § 27 und § 28 472

Literatur zur Geschichte der Mechanik 483

Namen- und Sachverzeichnis 485